

۱/۵	۵	وارون تابع $f(x) = \frac{x}{3x-2}$ را بیابید.
۱/۵	۶	دوره‌ی تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع زیر را به دست آورید. (راه‌حل نوشته شود) $y = \pi \sin(-x) + 1$
۱/۵	۷	نسبت‌های مثلثاتی سینوس و کسینوس را برای زاویه $22/5^\circ$ به دست آورید.
۲	۸	معادله مثلثاتی $2\cos^2 x = \sin x - 1$ را حل کنید.
ادامه ی سوالات در صفحه ی سوم		

$\frac{1}{5}$	<p>در چند جمله ای $p(x) = x^3 + ax^2 + x + b$ مقدار a و b را چنان بیابید که باقی مانده تقسیم آن بر $x - 1$ برابر ۴ بوده و بر $x + 2$ بخش پذیر باشد.</p>	<p>۹</p>
$\frac{2}{2}$	<p>حاصل حدهای زیر را حساب کنید.</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{5 - \sqrt{8x + 1}}{x^2 - 10x + 21}$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{[x] - 5}{x - 5}$</p>	<p>۱۰</p>
$\frac{1}{5}$	<p>حاصل حدهای زیر را حساب کنید.</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{100x + 5}{x^2 - 9x + 10}$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x + \sqrt{x^2 - x + 1}}{7x + 2x + 1 }$</p>	<p>۱۱</p>
$\frac{2}{2}$	<p>اگر $f(x) = 2x^2 - 3x$ باشد، $f'(2)$ را با استفاده از تعریف مشتق به دست آورید.</p>	<p>۱۲</p>

$$p(1) = a + b = 2, \quad p(-2) = 4a + b = 10 \Rightarrow a = \frac{1}{3}, \quad b = -\frac{2}{3}$$

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{5 - \sqrt{4x+1}}{x^2 - 10x + 21} \times \frac{5 + \sqrt{4x+1}}{5 + \sqrt{4x+1}} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{25 - 4x - 1}{(x^2 - 10x + 21)(5 + \sqrt{4x+1})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-8(x-3)}{(x-3)(x-7)(5 + \sqrt{4x+1})} = \frac{-8}{-2 \times (5+5)} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{\lfloor x \rfloor - 5}{x - 5} = \frac{4 - 5}{-} = \frac{-1}{-} = +\infty$$

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{100x + 5}{x^2 - 9x + 10} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{100}{x} = 0$$

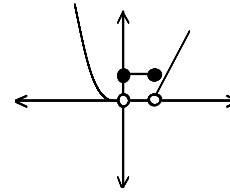
$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x + \sqrt{x^2 - x + 1}}{\sqrt{x} + |\sqrt{x} + 1|} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x + \sqrt{x^2 - x + 1}}{\sqrt{x} + \sqrt{x} + 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x - x}{\sqrt{x} + \sqrt{x} + 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x}{2\sqrt{x} + 1} = \frac{3}{2}$$

$$f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 3x - 2}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(2x+1)}{(x-2)} = 5$$

-۹

پاسخ نامه آزمون ریاضی ۳

-۱۰



-۱ در بازه $(1, +\infty)$ صعودی اکید

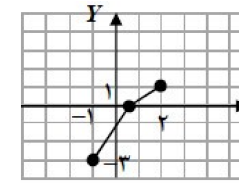
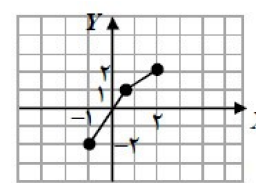
در بازه $(-\infty, 0)$ نزولی اکید

در بازه $[0, 1]$ ثابت

$$\text{الف) } D_{\text{gof}} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \in (-\infty, 2] \mid \sqrt{4-2x} \in \mathbb{R}\} = (-\infty, 2]$$

$$\text{ب) } \text{gof}(2) - \frac{f}{g}(0) = -1 - (-2) = 1$$

-۱۱



$$D_g = [-1, 2]$$

$$R_g = [-3, 1]$$

-۳

$$f^{-1}(x) = 4x + 24 \Rightarrow f^{-1}(5) = 64$$

$$g^{-1}(x) = \sqrt{x}$$

$$g^{-1} \circ f^{-1}(x) = g^{-1}(64) = \sqrt{64} = 8$$

-۴

-۱۲

$$y = \frac{x}{3x-2} \Rightarrow 3xy - 2y = x \Rightarrow x(3y-1) = 2y \Rightarrow x = \frac{2y}{3y-1} \Rightarrow y^{-1} = \frac{2x}{3x-1}$$

-۵

$$\begin{aligned} \max &= |a| + c = \pi + 1 \\ \min &= -|a| + c = -\pi + 1 \Rightarrow T = \frac{2\pi}{|-1|} = 2\pi \end{aligned}$$

-۶

$$\sin^{22/5} = \frac{1 - \cos 45^\circ}{2} = \frac{1 - \frac{\sqrt{2}}{2}}{2} = \frac{2 - \sqrt{2}}{4} \Rightarrow \sin^{22/5} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}$$

-۷

$$\cos^{22/5} = \frac{1 + \cos 45^\circ}{2} = \frac{1 + \frac{\sqrt{2}}{2}}{2} = \frac{2 + \sqrt{2}}{4} \Rightarrow \cos^{22/5} = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{2}}}{2}$$

$$-2 \sin^2 x - \sin x + 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}, & k \in \mathbb{Z} \\ \sin x = -\frac{3}{2} & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

-۸